GUÍA METODOLÓGICA

CÁLCULO DIFERENCIAL

CIENCIAS DE LA INGENIERÍA E INDUSTRIAS

INTERCICLO

Agosto-Septiembre 2016

ASIGNATURA	**:CÁLCULO DIFERENCIAL**
NIVEL	**:SEGUNDO**
CRÉDITOS	**:CUATRO**
PRERREQUISITO	**:MATEMÁTICA SUPERIOR**

OBJETIVO GENERAL DE LA ASIGNATURA:

Aplicar el concepto de la derivada en la solución de problemas propios de la ingeniería, identificando procesos de análisis-síntesis con orden, precisión, criticidad y honestidad.

CAPÍTULOS:

1. **DERIVADAS**
2. **APLICACIONES DE LA DERIVADA**
3. **DERIVADAS PARCIALES**
4. **DIFERENCIACIÓN**

TOTAL DE HORAS: 60

TEXTO GUÍA:

- Lara, J.; Arroba, J.; (2012). Análisis Matemático, Quinta edición, corregida y aumentada, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador, Quito.
- Thomas, G.; (2010),Cálculo en una variable. Decimosegunda edición, Pearson Addison Wesley. México.
- DemidovichB. Problemas y ejercicios de Análisis Matemático. Editorial Mir. 2000

PROGRAMA ANALÍTICO DE CÁLCULO DIFERENCIAL
CAPÍTULO I
DERIVADAS

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Al finalizar el presente capítulo el estudiante estará en capacidad de:

1. Aplicar la regla de la cadena
2. Derivar Funciones trigonométricas directas e inversas
3. Derivar funciones Hiperbólicas directas e inversas
4. Derivar funciones Implícitas y explícitas
5. Encontrar funciones de Orden superior

CONOCIMIENTOS PREVIOS:

Para el desarrollo del presente capítulo, el estudiante deberá tener conocimientos de:

- Operaciones algebraicas básicas
- Teoría de límites
- Teoría funcional
- Ecuaciones exponenciales y logarítmicas
- Ecuaciones e identidades trigonométricas

CONTENIDO

1. DERIVADAS

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 1

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DERIVADAS DE FUNCIONES UTILIZANDO LA REGLA DE LA CADENA

I. Calcular la derivada de cada una de las funciones definidas por:

1. $f(x) = x(x + \sqrt{1 + x^2})$

2. $y = \frac{2x+3}{x^2-5x+5}$

3. $y = \frac{ax^6+b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

4. $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

5. $y = sen(\pi x + 1)$

6. $f(x) = x^3 cosx^3$

7. $f(x) = cos(sen\sqrt{2x - 5})$

8. $f(x) = 4cos^2\sqrt{x}$

9. $f(x) = \frac{10}{\sqrt{x^2-4x+1}}$

10. $f(x) = (sec4x + tan2x)^4$

11. $y = (x - \frac{1}{x^2})^2$

12. $f(x) = (4x^2 + 7)^2(2x^3 + 1)^4$

13. $y = e^{-2t}cos4t$

14. $y = cos(\frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}})$

15. $f(x) = \left[x + (x + sen^2x)^3\right]^4$

16. $f(x) = \sqrt{1 + xe^{-2x}}$

17. $f(x) = \frac{x-\sqrt{1-x^2}}{x+\sqrt{1-x^2}}$

18. $f(x) = sen\left(\frac{x^3}{sen(\frac{x^3}{senx})}\right)$

19. $f(x) = xlog|x|$

20. $f(x) = \sqrt{\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)}}$

21. $f(x) = log\frac{1+\sqrt{senx}}{1-\sqrt{senx}}$

22. $f(x) = \left(\frac{a+bx^n}{a-bx^n}\right)^m$

23. $f(x) = ln(1 + x) - \frac{x}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$

24. $f(x) = \frac{1}{8}\sqrt[3]{(1 + x^3)^8} - \frac{1}{5}\sqrt[3]{(1 + x^3)^5}$

BIBLIOGRAFÍA

- Stewart J; (2012), Cálculo de una variable, Septima edición, Learning, Mexico.
- DemidovichB. Problemas y ejercicios de Análisis Matemático. Editorial Mir. 2000

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 2

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DERIVACIÓN DE FUNCIONES TRASCENDENTES: EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS Y APLICACIÓN DE LA NOTACIÓN DE LEIBNIZ PARA DERIVAR FUNCIONES COMPUESTAS

1. Derivar las siguientes funciones exponenciales y logarítmicas

1. $y = e^{-x} sen\pi x$
2. $f(x) = \frac{xe^x}{x+e^x}$
3. $y = \sqrt{1 + e^{-5x}}$
4. $y = e^{2x}e^{3x}e^{4x}$
5. $f(x) = e^{-x} tane^x$
6. $f(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$
7. $y = ln(x^4 + 3x^2 + 1)$
8. $f(x) = ln(xlnx)$
9. $w(\theta) = \theta sen(ln5\theta)$
10. $f(x) = ln\sqrt{\frac{(3x+2)^5}{x^4+7}}$
11. $f(x) = log_{10}(x^3 + 1)$
12. $g(x) = ln\frac{(2x+1)^5}{\sqrt{x^2+1}}$
13. $H(z) = ln\sqrt{\frac{a^2-z^2}{a^2+z^2}}$
14. $y = ln(secx + tanx)$
15. $f(x) = \frac{x}{1-ln(x-1)}$
16. $f(x) = \frac{e^{-x}cos^2x}{x^2+x+1}$
17. $f(x) = e^{ln2+lnx}$
18. $f(x) = e^x logx + e^{\frac{x-1}{x^2}}$

19. $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{x}}$

20. $f(x) = ln\sqrt[3]{\frac{3x}{x+2}}$

21. $f(x) = ln^4(6x-5)^3$

22. $f(x) = cos\, ln(6-13x)$

23. $y = ln\left(5x^{-2} + 4cosx\right)$

24. $f(x) = \left(3x^3 + x^{-4} + e^x + 1\right)$

2. En cada uno de los siguientes ejercicios encontrar $\frac{dy}{dx}$
   1. $z = sen\, y; y = x + x^2 + x^3$
   2. $z = \ln y\ ; y = \cos x$
   3. $z = \cos\ u\ \ ; u = sen\ v; v = \sqrt{x^2+3}$
   4. $z = \log\ v\ \ ; v = sen^2u; u = x^2 + 1$
   5. $z = \tan v\ \ ; v = u^2 + 1;\ \ u = \log_a x$

BIBLIOGRAFÍA:

- Stewart J; (2012), Cálculo de una variable, Septima edición, Learning, Mexico.
- DemidovichB. Problemas y ejercicios de Análisis Matemático. Editorial Mir. 2000
- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, mayo 2012. Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 3

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DERIVACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DIRECTAS E INVERSAS

Derivar las siguientes funciones:

1. $\mathrm{y} = 5\mathrm{senx} + 3\mathrm{cosx}$

2. $\mathrm{y} = \frac{\mathrm{senx+cosx}}{\mathrm{senx-cosx}}$

3. $y = 2t\,\mathrm{sen}t - (t^2 - 2)\cos t$

4. $y = \frac{(1+x^2)\mathrm{arctg}x - x}{2}$

5. $f(x) = \mathrm{sen}x\cos x$

6. $g(x) = x^2\mathrm{sen}x + 2x\cos x$

7. $y = \frac{\sec x}{x}$

8. $y = \mathrm{sen}(\cos x)$

9. $y = \mathrm{sen}\sqrt{x} + \sqrt{\mathrm{sen}x}$

10. $y = \sqrt{\cot x} - \sqrt{\tan x}$

11. $y = 2x + 5\cos^3 x$

12. $f(x) = \sqrt{1 + \mathrm{arcsen}x}$

13. $f(x) = \sqrt{\mathrm{arctg}x} - (\mathrm{arcsen}x)^3$

14. $f(x) = \frac{1}{\mathrm{arctg}x}$

15. $y = \arccos(e^x)$

16. $y = \mathrm{arctg}(\ln x) + \ln(\mathrm{arctg}x)$

17. $f(x) = \frac{1}{2}(\mathrm{arcsen}x)^2\arccos x$

18. $f(x) = \mathrm{arcsen}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

19. $y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$

20. $y = \mathrm{arcsen}(1 - x) + \sqrt{2x - x^2}$

21. $y = \mathrm{arctg}\frac{x\,\mathrm{sen}x}{1 - x\cos x}$

22. $f(x) = 2^{\mathrm{arcsen}\,3x} + (1 - \arccos 3x)^2$

23. $f(x) = \frac{1}{1+x^2} + \left(\frac{2x}{1+x^2} + \text{arctg}x\right)\text{arctg}x$

24. $y = \text{arcos}\sqrt{\frac{x-a}{x+a}}$

BIBLIOGRAFÍA

- DemidovichB. Problemas y ejercicios de Análisis Matemático. Editorial Mir. 2000
- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, mayo 2012. Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 4

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO
DERIVACIÓN DE FUNCIONES IMPLICITAS

I. Usar la diferenciación implícita para hallar $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{dx}{dy}$ en los siguientes ejercicios:

1. $x^3 + y^3 = 6xy$
2. $x^4(x+y) = y^2(3x-y)$
3. $xe^y = x - y$
4. $\text{arctg}(x^2y) = x + xy^2$
5. $\sqrt{x+y} = 1 + x^2y^2$
6. $x\text{sen}y + y\text{sen}x = 1$
7. $y^2 = x^2 + \text{sen}xy$
8. $x^2\cos^2 y - \text{sen}y = 0$
9. $y\text{sen}\left(\frac{1}{y}\right) = 1 - xy$
10. $x^2 + y^2 = \left(2x^2 + 2y^2 - x\right)^2$
11. $e^x = x + y$
12. $\text{sen}\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1}{2}\ln(x^2 + y^2)$
13. $2xy + y^3 = 4y + 3$
14. $\text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1}{2}\ln(x^2 - y^2)$
15. $y\sec x = x\tan y$
16. $\cos x + \text{cotg}y = xy$
17. Determine la pendiente de la curva $y^4 = y^2 - x^2$ en $\left(\frac{\sqrt{5}}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
18. Determine la ecuación de la recta tangente y normal de la ecuación $y^2(2-x) = x^3$ en $(1;1)$

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).
- Stewart J; (2012), Cálculo de una variable, Septima edición, Learning, Mexico.
- Thomas, G; (2010). Cálculo en una variable. Decimosegunda edición, Pearson Addison Wesley. México.

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 5

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DERIVACIÓN DE FUNCIONES HIPERBÓLICAS DIRECTAS E INVERSAS

I. Derive las siguientes funciones hiperbólicas directas

1) $y = senh^4 4x - tanh^2 x^2$
2) $y = tanh(lnx^2)$
3) $y = cosh^2 x - tanh^2 x$
4) $y = senhx - \frac{1}{5} senh^5 x$- sech(lnx)
5) $y = \frac{2\ senx\ senhx}{(senhx - senx)^2}$
6) $y = tanhx + \frac{1}{2} tanh^2 x + x^3 ln(senhx)$
7) $y = senhx\ cosx + coshx\ senx$
8) $f(x) = ln(senhx^3)$
9) $f(x) = sech^2 x + 3csch^2 x$
10) $y = senh(x - y)$
11) $y = senh(cosh(x^2 + y^2))$
12) $y = cosh\left(\frac{x^2 - 10x + 9}{x^2 + 10x + 9}\right)$

II. Hallar $\frac{dy}{dx}$de las siguientes funciones trigonométricas hiperbólicas inversas:

13) $y = cosh^{-1}(cscx)$
14) $y = Argtanh(senx)$
15) $y = Arccosx + Argsenx$
16) $y = Arc\ sen(\sqrt{cos2x}) + Argsenh(\sqrt{cos2x})$
17) $y = Arc\ tan(tanh2x) + Arc\ tan(senh2x) + Argsenh(tan2x)$
18) $y = Arc\ tan(\sqrt{tanx}) + Arg\ tanh(\sqrt{tanhx})$
19) $y = Arc\ tanh\left(tan\frac{x}{2}\right) + Argsenh\left(\frac{1}{x}\right)$

20) $y = Arg\ senh(e^x) + Arg\ tanh\left(\frac{1}{x}\right)$

BIBLIOGRAFÍA:

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 6

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

Encuentra la derivada $\frac{dy}{dx}$ tomando previamente logaritmos para la función $y = f(x)$

1) $f(x) = x^{x^2}$

2) $f(x) = x^{\sqrt{x}}$

3) $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^x$

4) $g(x) = \left(\frac{2}{x}\right)^x$

5) $y = \left(\frac{x^2}{3} - 5\right)^{lnx}$

6) $f(x) = \frac{(x-2)^9}{\sqrt{(x-1)^7(x-3)^{11}}}$

7) $y = (cosx)^{\mathrm{sen}(x)}$

8) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$

10) $y = x^{senx}$

11) $y = x^{x^x}$

12) $y = \sqrt{\frac{x(x-1)}{x-2}}$

13) $y = x\sqrt[3]{\frac{x^2}{x^2+1}}$

14) $y = (x+1)^{\frac{2}{x}}$

15) $f(x) = (x^2+1)^{senx}$

16) $f(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

17) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x(x^2+1)}{(x^2-1)^2}}$

18) $f(x) = x^3 e^{x^2} sen2x$

19) $f(x) = \frac{(x-2)^2 \sqrt[3]{x+1}}{(x-5)^3}$

20) $y = x^{\frac{1}{x}}$

BIBLIOGRAFÍA:

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 7

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DERIVACIÓN DE FUNCIONES PARAMÉTRICAS

I. Encontrar $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones expresadas en forma paramétrica.

1) $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t^2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = \frac{1}{t-1} \\ y = \left(\frac{t}{t-1}\right)^3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = \frac{2at}{1-t^2} \\ y = \frac{a(1+t^2)}{1-t^2} \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = \frac{3at}{1-t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1-t^3} \end{cases}$

5) $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \sqrt[4]{t} \end{cases}$

6) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} \\ y = \frac{t-1}{\sqrt{t^2-1}} \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = a(\cos t - t\ sen\ t) \\ y = a(sen\ t + t \cos t) \end{cases}$

8) $\begin{cases} x = a \cos^2 t \\ y = b\ sen^2\ t \end{cases}$

9) $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b\ sen^3\ t \end{cases}$

10) $\begin{cases} x = arccos\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}} \\ y = arcsen\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases}$

11) $\begin{cases} x = a\left(ln\, tan\dfrac{t}{2} - cos\, t + sen\, t\right) \\ \quad y = a(sen\, t - cos\, t) \end{cases}$

BIBLIOGRAFÍA

Demidovich, B; (1997), Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Quinta Edición, Editorial MIR Moscú.

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 8

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR

1) En los siguientes ejercicios encontrar $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

a) $x^2 + xy = 5$ b) $x^2y^2 - 2x = 3$
c) $y^2 = 2px$ d) $y = x + arctg\, y$

2) Si $f(x) = ln\sqrt[3]{1 + x^2}$ encontrar $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

3) Si $f(x) = (1 + x^2)actanx$ encontrar $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

4) Demostrar que la función $y = e^{2x}sen\, 5x$ satisface a la ecuación $\dfrac{d^2y}{d\,x^2} - 4\dfrac{dy}{dx} + 29y = 0.$

5) Demostrar que la función $y = \frac{1}{2}x^2e^x$ satisface a la ecuación $\dfrac{d^2y}{d\,x^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = e^x.$

6) Demostrar que y, determinada como función de x por las ecuaciones $x = sen\, t$ e $y = ae^{t\sqrt{2}} + be^{-t\sqrt{2}}$ satisface a la ecuación diferencial $(1 - x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} = 2y$ cualesquiera que sean las constantes a y b.

7) Si $x = at^2 \quad y = bt^3$ encontrar $\dfrac{d^2x}{d\,y^2}$

8) Si $x = acos^3t \quad y = asen^3t$ encontrar $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

9) En los siguientes ejercicios encontrar $\frac{d^2y}{dx^2}$

a) $\begin{cases} x = ln\, t \\ y = t^3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = arctg\, t \\ y = ln(1 + t^2) \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = arcsen\, t \\ y = \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = a(t - sen\, t) \\ y = a(1 - cos\, t) \end{cases}$ e) $\begin{cases} x = ln\, t \\ y = \frac{1}{1-t} \end{cases}$ f) $\begin{cases} x = e^t.cos\, t \\ y = e^t.sen\, t \end{cases}$

10) Hallar $y''' = \frac{d^3y}{dx^3}$

a) $\begin{cases} x = sec\, t \\ y = tan\, t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = e^{-t}.cos\, t \\ y = e^{-t}.sen\, t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = t^3 \end{cases}$

11) Hallar las derivadas de orden n-ésima de las funciones

a) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

b) $f(x) = ln(x + a)$

c) $y = \cos ax$

d) $\mathrm{f(x)} = \frac{5x-2}{x^2 - 4}$

e) $x^2y^2 - 2x = 3$ encontrar $\frac{d^3y}{dx^3}$

12) Empleando la fórmula de Leibniz, hallar $y^{(n)}$ si:

a) $y = xe^x$ b) $y = x^2e^{-2x}$ c) $y = ln\frac{1}{1-x}$

BIBLIOGRAFÍA

- Demidovich, B; (1997), Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Quinta Edición, Editorial MIR Moscú.

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

CAPÍTULO II

APLICACIONES DE LA DERIVADA

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Al finalizar el presente capítulo el estudiante estará en capacidad de:

1. Encontrar las raíces reales de una ecuación aplicando el método de Newton
2. Determinación de las ecuaciones de rectas tangentes y normales. Las longitudes de la normal, tangente, subnormal y subtangente.
3. Calcular el ángulo entre dos curvas
4. Graficar funciones reales utilizando los criterios de la derivada
5. Resolver problemas de coeficientes ligados y de optimización.
6. Introducir la regla de L'Hôpital, como ayuda en el cálculo de límites indeterminados
7. Aplicar la derivada de orden superior en la construcción de la Serie de Taylor y Maclaurin
8. Resolver ejercicios sobre derivadas parciales
9. Determina la diferencial de una función

CONTENIDO

2.1. Método de Newton – Raphson para encontrar raíces aproximadas de ecuaciones.
2.2. Ángulo entre dos curvas
2.3. Determinación de las ecuaciones de rectas tangentes y normales. Las longitudes de la normal, tangente, subnormal y subagente.
2.4. Derivada como función de cambio.
2.5. Análisis de la función utilizando los criterios de la primera y segunda derivada: cálculo de puntos críticos, crecimiento, decrecimiento, máximos, mínimos.
2.6. Análisis de la función utilizando los criterios de la primera y segunda derivada: puntos de inflexión. concavidad. Gráfico de funciones

2.7. Coeficientes de variación ligados aplicados a la carrera
2.8. Problemas de optimización aplicadas a la carrera
2.9. Teorema de L' Hospital. Para levantar indeterminaciones de las formas:
$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad \infty - \infty, 1^{\infty}, \quad o * \infty$
2.10. Teorema del valor medio: Teoremas de Rolle y Lagrange
2.11. Polinomio de Taylor y Maclaurin

DEBER N° 9

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

MÉTODO DE NEWTON – RAPSON

A) Señale si es verdadero o falso cada uno de los siguientes preguntas.

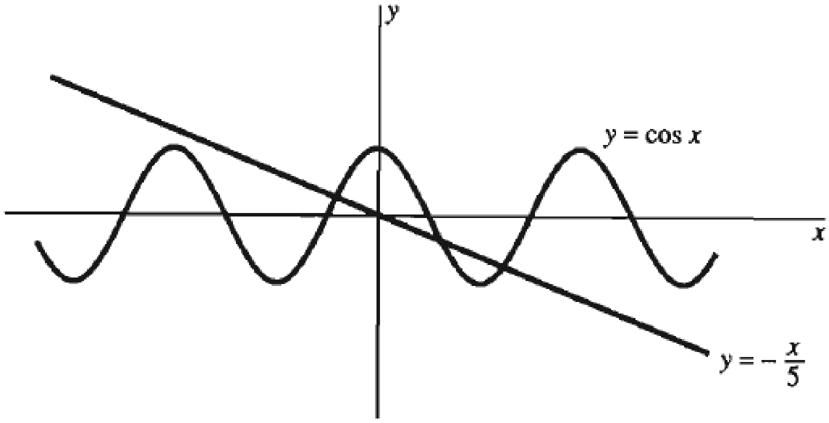
1. La fórmula iterativa del método de Newton es: $x_{n+1} = x_n + \frac{f'(x_n)}{f(x_n)}\ para\ n \geq 0$
2. Suponga que usa el método de Newton para aproximar una solución de la ecuación $f(x) = 0$ y encuentra que las aproximaciones $x_n\ y\ x_{n+1}$ son iguales en 100 decimales.Puede estar bastante seguro de que cualquiera de las dos es una excelente aproximación de la solución de $f(x) = 0$
3. La solución positva más pequeña de $4x^3 - 36x^2 + 77x - 40 = 0$ se aproxima por 0,7780
4. La solución positva más grande de $4x^3 - 36x^2 + 77x - 40 = 0$ se aproxima por 6,1227
5. La única solución positiva de $2x = \cos x$ se aproxima por 0,45018

B) En los siguientes ejercicos utilice el método de Newton para encontrar la solución de la ecuación dada $f(x) = 0$ en ele intervalo indicado $[a, b]$ con precisión de 4 decimales. Puede elegir la estimación inicial con base a la gráfica o interpolando entre los valores de $f(a)$ y $f(b)$.

6. $x^3 + 4x - 1 = 0;\ [0,1]$
7. $x^3 + 3x^2 + 2x = 10;\ \ [1,2]$
8. $x + \tan x = 0;\ \ [2,3]$
9. Hallar todas las raíces de la ecuación $2x^3 + 15x^2 - 20 = 0$
10. Hallar todas las raíces reales de la ecuación $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 9 = 0$, con tres cifras decimales exactas.

C) Encuentre las raices reales aproximadas con cuatro decimales .[Sugerencia:para determinar el número de raíces y su localización aproximada, grafique el lado izquierda y el derecho de cada ecuación y observe dónde se cruzan.]

11. $x^2 = \cos x$
12. $x = 2\,\mathrm{sen}\,x$
13. $\cos x = -\frac{1}{5}x$ (Existe exactamente tre soluciones, como lo indica la figura)



14. a) Demuestre que el método de Newton aplicado a la ecuación $x^3 - a = 0$ lleva a la fórmula: $x_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2x_n + \frac{a}{x_n^2}\right)$ para aproximar la raíz cúbica de a.

    a) Use esta fórmula para encontrar $\sqrt[3]{2}$ con precisión de 5 decimales.

15. La ecuación $x^4 = x + 1$ tiene una solución entre $x = 1$ y $x = 2$. Use la estimación inicial $x_0 = 1{,}5$ y el método de Newton para descubrir que una de las soluciones aproximadas de esta ecuación es 1,220744. Itere usando la fórmula

$$x_{n+1} = (x_n + 1)^{1/4}$$

Después compare el resultado con lo que ocurre cuando itera usando la fórmula

$$x_{n+1} = (x_n)^4 - 1$$

BIBLIOGRAFÍA

Edwards & Penney (2008), Cálculo Con Trascendentes Tempranas, Séptima Edición; Editorial Pearson, México.

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 10

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

ÁNGULO ENTRE DOS CURVAS

1. Halle el ángulo de intersección entre las curvas cuyas ecuaciones son:

   a) $y = (x-2)^2$; $y = -4 + 6x - x^2$
   b) $2x^2 + y^2 = 20$ y $4y^2 - x^2 = 8$
   c) $(x-1)^2 + y^2 = 10;$ $x^2 + (y-2)^2 = 5$

2. Demostrar que las curvas $y = 4x^2 + 2x - 8; y = x^2 - x + 10$ son tangentes entre sí en el punto (3; 34). ¿Ocurrirá lo mismo en el punto (-2; 4)?

3. Demuestre que el círculo $x^2 + y^2 = 8ax$ y la cicloide $(2a - x)y^2 = x^3$

   a) Son perpendiculares en el origen
   b) Se cortan en ángulo de 45º en otros dos puntos.

4. Hallar el ángulo agudo de intersección de las curvas $y^2 = 4x$ y $2x^2 = 12 - 5y$

5. Hallar los ángulos agudos de intersección de las curvas:
   $2x^2 + y^2 = 20$ y $4y^2 - x^2 = 8$

6. Demuestre que las hipérbolas $xy = a^2$ e $x^2 - y^2 = b^2$ se cortan entre sí formando un ángulo recto.

7. ¿Bajo que ángulo se intersecan las curvas $4y^3 + x^2y - x + 5y = 0$ y $x^4 - 4y^3 + 5x + y = 0$ en el origen de coordenadas? Sol. 90º

8. ¿Qué ángulo forma la curva $y = e^{0,5x}$ con la recta de ecuación x = 2 al cortarse con ella?

9. ¿Qué ángulo forma con el eje de las abcisas la tangente a la curva $y = \frac{2}{3}x^5 - \frac{1}{9}x^3$, trazada en el punto con la abcisa $x = 1$?

10. Hallar el par de ángulos que forman entre sí las curvas $y = x^2$ y $xy = 1$

11. ¿Qué ángulo forma la curva $y = e^{0,5x}$ con la recta de ecuación $x = 2$ al cortarse con ella?

BIBLIOGRAFÍA

Gómez, V, Cálculo Diferencial-Aplicaciones teórico práctico Derivadas, Editorial San Marcos, Colección Lomonosov, Lima-Perú.

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 11

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DETERMINACIÓN DE LA RECTA TANGENTE Y NORMAL

Resolver cada uno de los ejercicios plantedos (comprobar las soluciones utilizando el graficador Matlab)

1) Hallar la ecuación de la tangente y la normal en el punto (1,2) a la curva de ecuación $y^4 = 4x^4 + 6xy$
2) ¿Cuál es la ecuación de la tangente y de la normal a la curva $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + y - 6 = 0$: en el punto $(2,2)$
3) Hallar las ecuaciones del as rectas tangentes y de las normales a las siguientes curvas en los puntos que se indican:
   a) $y = arcsen\left(\frac{x-1}{2}\right)$ en el punto de intersección con el eje OX
   b) $y = \ln x$, en el punto $(1,0)$
   c) $y = e^x$ en el punto (1, e)
   d) $y = e^{1-x^2}$ en los puntos de intersección con la recta $y = 1$
4) Determinar los coeficientes A, B, C de manera que la curva $y = Ax^2 + Bx + C$ pase por el punto (1,3) y sea tangente a la recta de ecuación $4x + y = 8$ en el punto (2,0).
5) Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a las siguientes curvas en el punto dado.
   a) $y = x^{\frac{1}{4}} + 2x^{\frac{3}{4}}$ en $x = 16$
   b) $y = \frac{x^2}{x^3+1}$ en $x = 2$
6) Hallar la ecuación de la tangente y la normal a la curva de ecuación $y = e^{1-x^2}$ y los puntos de intersección con la recta de ecuación $y = 1$.
7) Hallar las ecuaciónes de la tangente y de la normal a la curva de ecuación $y = \sqrt[3]{x-1}$ en el punto (1,0)
8) Escribir las ecuaciones de la tangente y de la normal a la curva $\begin{cases} x = \frac{1+t}{t^3} \\ y = \frac{3}{2t^2} + \frac{1}{2t} \end{cases}$ en el punto (2,2)

9) Demostrar que en la astroide $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, el segmento tangente, comprendido entre los ejes de coordenadas, tiene magnitud constante e igual a a.

10) Demostrar que para la elipse cuya ecuación es $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, la ecuación de la recta tangente en $(x_{1,}, y_1)$, es $b^2x\,x_1 + a^2y\,y_1 = a^2b^2$, Determinar además la ecuación de la normal en dicho punto

11) Hallar los puntos en que las tangentes a las curvas de ecuación $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$, sean paralelas al eje de las abscisas

12) Hallar la ecuación de la tangente y la normal a la curva de ecuación $y = e^{1-x^2}$, y los punts de intersección con la recta de ecuación y = 1

13) Hallar los valores de las constantes a, b, c para los cuales las gráficas de los polinómios $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^3 - c$ se cortan en el punto (1,2) y tenga la misma tangente en dicho punto.

14) Demostrar que para la hipérbola cuya ecuación es $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$, una ecuación de la recta tangente en $(x_{1,}, y_1)$, es $b^2x\,x_1 - a^2y\,y_1 = a^2b^2$. Encontrar además la ecuación de la normal en dicho punto.

15) Se da la parábola $y^2 = 4x$. Calcular la longitud de los segmanetos tangente, normal, subtangente y subnormal en el punto (1,2).

16) Halla la longitud del segmento subtangente de la curva $y = 2^x$ en cualquier punto de la misma.

17) Determine la ecuación de la recta tangente y normal a la función definida por, además calcular la longitud de los segmentos tangente, normal, subtangente y subnormal. (comprobar las soluciones utilizando el graficador Matlab)

18)

a) $xy + 2x - y = 5$ en el punto (2,1),

b) $y^2 = (x-1)^3$, en el punto (5,8)

c) $y = x^3 - 4x + 1$ en el punto (2,1),

BIBLIOGRAFÍA

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, mayo 2012. Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).
- Gómez, V, Cálculo Diferencial-Aplicaciones teórico práctico Derivadas, Editorial San Marcos, Colección Lomonosov, Lima-Perú.

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 12

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

GRÁFICA DE FUNCIONES APLICANDO LOS CRITERIOS DE LAS DERIVADAS

1. Determinar los intervalos de decrecimiento y crecimiento de las siguientes funciones.
   a) $y = 1 - 4x - x^2$
   b) $y = x^2(x-3)$
   c) $y = \frac{x}{x-2}$
   d) $y = \frac{x}{x^2-6x-16}$
   e) $y = (x-3)\sqrt{x}$
   f) $y = x + sen\, x$
   g) $y = arcsen\,(1+x)$
   h) $y = \frac{e^x}{x}$
2. Averiguar los extremos de las siguientes funciones
   a) $y = 2 + x - x^2$
   b) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$
   c) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$
   d) $y = \frac{16}{x(4-x^2)}$
3. Encuentre los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de las gráficas de las funciones:
   a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$
   b) $f(x) = \frac{1}{x+3}$
   c) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+12}$
   d) $f(x) = x - sen\, x$
   e) $f(x) = x^2 \ln x$
   f) $f(x) = xe^{-x}$
4. Hallar las asíntotas de las curvas
   a) $y = \frac{1}{(x-2)^2}$
   b) $y = \frac{x}{x^2-4x+3}$
   c) $y = \frac{x^2}{x^2-4}$
   d) $y = \sqrt{x^2-1}$
   e) $y = e^{-x^2} + 2$
   f) $y = \ln(1+x)$
5. Determine en cada función dada: Dominio, interceptos, ecuaciones de las asíntotas (si las tuviere), analice la monotonía, es decir; determine el o los intervalos donde la función es creciente o decreciente, encuentre puntos extremos (máximos y mínimos), determine los intervalos en los cuales la función es cóncava o convexa y los puntos de inflexión.

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$
b) $f(x) = \frac{1}{x+3}$
c) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+12}$

d) $f(x) = x - sen\, x$

e) $f(x) = x^2 \ln x$

f) $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$

g) $f(x) = x^3 - 27x$

h) $y = \frac{1}{4-x^2}$

i) $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$

BIBLIOGRAFÍA

Demidovich, B; (1997), Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Quinta Edición, Editorial MIR Moscú.

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 13

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

GRÁFICA DE FUNCIONES APLICANDO LOS CRITERIOS DE LAS DERIVADAS

Construir las gráficas de las funciones que se indican más abajo determinando el dominio de cada función, los puntos de discontinuidad, los puntos extremos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los puntos de inflexión de sus gráficas, la dirección de las concavidades y las asíntotas de las gráficas. Comprobar las gráficas y sus elementos utilizando el programa Geogebra.

1. $y = x^3 - 3x^2$
2. $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$
3. $y = x^4 - x^3 - x^2 - 2$
4. $y = \frac{6x^2 - x^4}{9}$
5. $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$
6. $y = \frac{x^4-3}{x}$
7. $y = \frac{1}{x^2+3}$
8. $y = \frac{x}{x^2-4}$
9. $f(x) = x\sqrt{x+3}$
10. $y = \sqrt[3]{1-x^2}$
11. $y = xe^x$
12. $y = xe^{-x}$
13. $y = xlnx$
14. $f(x) = \frac{lnx}{\sqrt{x}}$
15. $y = \frac{x}{lnx}$
16. $y = senx + cosx$
17. $y = cosx - cos^2x$
18. $y = x + senx$

BIBLIOGRAFIA: B. Demidovich. Problemas y ejercicios de análisis matemático. Editorial Mir. Moscú. 1988.

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 14

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

PROBLEMAS DE COEFICIENTES LIGADOS

1. Se supone que la altura *f(t)* de un proyectil, t segundos después de haber sido lanzado hacia arriba a partir del suelo con una velocidad inicial de v_0 metros por segundo, está dado por la fórmula $f(t) = v_0 t - 15t^2$
   a) Probar que la velocidad media del proyectil durante el intervalo de tiempo *t* a *t*+*h* es $v_0 - 30t - 15h$ metros por segundo, y que la velocidad instantánea es $v_0 - 30t$ metros por segundo
   b) Calcular el tiempo necesario para que la velocidad se anule
   c) ¿Cuál es la velocidad de regreso a la tierra?
   d) ¿Cuál debe ser la velocidad del proyectil inicial del proyectil para que regrese a la tierra al cabo de 1 segundo?, ¿y al cabo de 10 segundos?, ¿al cabo de *t* segundos?
   e) Probar que el proyectil se mueve con aceleración constante

2. Se arroja una pelota hacia arriba hasta una altura que se puede expresar en metros con $f(t) = 125t - 16t^2$, donde t es el tiempo en segundos desde que ha sido lanzado. Hallar la velocidad instantánea cuando han transcurrido 3 y 4 segundos.

3. La ley del movimiento de una partícula está dada por $f(t) = sent$
   a) ¿En qué instante la velocidad es nula?
   b) ¿Cuál es la velocidad en $t = \frac{\pi}{2}$?
   c) ¿Cuál es la aceleración en $t = t_0$?

4. La ley de movimiento de un punto sobre el eje *OX* es $x = 3t - t^3$. Hallar la velocidad del movimiento de dicho punto para los instantes $t_0 = 0$; $t_1 = 1$; $t_2 = 2$.

5. Por el eje *OX* se mueven dos puntos que tienen respectivamente las leyes del movimiento $x = 100 + 5t$ y $x = \frac{1}{2}t^2$, donde $t \geq 0$. ¿Con qué velocidad se alejaran estos puntos, el uno del otro, en el momento de su encuentro (*x* se da en centímetros, *t* – en segundos)?

6. Para el movimiento rectilíneo de un punto, el espacio recorrido en función del tiempo está definido por la ecuación $s = \frac{t^5}{5} + \frac{2}{\pi} sen \frac{\pi t}{8}$ (t, en segundos y s, en metros). Determinar la velocidad y la aceleración del movimiento cuando han transcurrido 2 segundos.

7. Para el movimiento rectilíneo de un punto el espacio recorrido en función del tiempo está definido por la ecuación $s = \sqrt{t}$. Hallar la aceleración del punto al final del cuarto segundo.

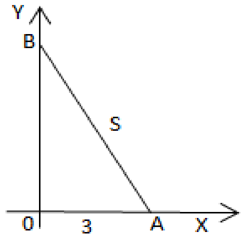
8. Por la parábola $y = x(8 - x)$ se desplaza un punto de modo que su abscisa varíe en función del tiempo t por la ley $x = t\sqrt{t}$ (t, en segundos y s, en metros). ¿Cuál es la velocidad de variación de la ordenada en el punto $M(1;7)$?

9. El espacio recorrido en función del tiempo está definido por la siguiente ecuación $s = tln(t + 1)$ (t, en segundos y s, en metros). Hallar la velocidad del movimiento cuando han transcurrido dos segundos.

10. Por la parábola cúbica $y = x^3$ se mueve un punto de modo que su ordenada varíe en función del tiempo t por la ley $y = at^3$. ¿Cuál es la velocidad de variación de la abscisa en función del tiempo?

11. Un avión vuela a 6 millas de altitud en línea recta hacia la posición de un radar sea s la distancia en millas entre avión y radar. Si s está decreciendo a razón de 400 millas por hora cuando s es 10 millas, ¿cuál es la velocidad del avión?. Resp 500 millas por hora

12. Los extremos de un segmento $AB = 5m$ se deslizan por las rectas perpendiculares entre sí OX y OY (fig.) la velocidad de desplazamiento del extremo A es igual a $2\,m/s$. ¿Cuál será la velocidad de desplazamiento del extremo B en el instante en el que extremo A se encuentre a una distancia $OA = 3m$ del origen de coordinadas?



13. Un punto se mueve sobre la hipérbola $y = \frac{10}{x}$ de tal modo, que su abscisa x aumenta uniformemente con la velocidad de una unidad por segundo. ¿Con qué velocidad variará su ordenada, cuando el punto pase por la posición (5; 2)?

14. ¿En qué punto de la parábola $y^2 = 18x$ la ordenada crece dos veces más de prisa que la abscisa?

15. Uno de los lados de un rectángulo tiene una magnitud constante $a = 10cm$, mientras que el otro, b, es variable y aumenta a la velocidad constante de $4\,cm/s$. ¿A qué velocidad crecerán la diagonal del triángulo y su área en el instante que $b = 30cm$.

16. Una cámara de televisión sigue desde el suelo el despegue vertical de un cohete que se produce de acuerdo con la ecuación $s = 50t^2$, con s en pies y t en segundos, la cámara está a 2000 pies del lugar de despegue Hallar la razón de cambio del ángulo de elevación de la cámara 10 segundos después del despegue. Resp 2/29 rad/seg

17. Un avión vuela a 6 millas de altura y pasa sobre una antena de radar. Cuándo dista 10 millas el radar detecta que la distancia s entre el avión y el radar stá cambiando a razón de 240 millas por hora. ¿cuál es la velocidad del avión?. Resp. 300 millas/h

18. Un globo asciende 10 pies/segundo desde un punto del suelo que dista 100 pies del observador, Hallar la razón de cambio del ángulo de elevación del globo desde el observador, cuando el globo está a 100 pies de altura. Resp 1/20 rad/seg

19. Un incendio que comenzó en un terreno seco, se extiende formando un círculo, el radio del círculo crece a razón de 1,8 m/min. Calcular la rapidez con que crece el área del círculo, cuando el radio es de 45 m. Resp: 162 m^2/min

BIBLIOGRAFIA:

- Demidovich B. (1988); Problemas y ejercicios de análisis matemático. Editorial Mir. Moscú.
- Danco P.E. (1990.) Matemáticas superiores en ejercicios y problemas, parte 1. Editorial Mir. Moscú.
- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 15

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

1. Encuentre dos números cuya suma sea 82 y cuyo producto sea máximo. Resp: 41 y 41.

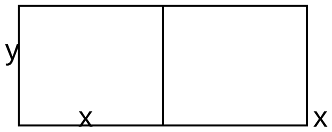
2. Dividir un número positivo dado *a* en dos sumandos, de tal forma, que su producto sea el mayor posible.

3. Una empresa dispone de $ 9000 para cercar una porción rectangular del terreno adyacente a un río el cual se usa como uno de los lados del área cercada, el costo de la cerca paralela al río es de 15 dólares por metro instalado y la cerca para los dos lados restantes es de $9 por metro instalado. Encuentre las dimensiones del área máxima cercada Resp:300m por 250 metros

4. La suma de un número más el doble del otro es 24. ¿qué números han de elegirse para que su producto sea lo mayor posible? Resp: 6 y 12

5. Un sembradío rectangular mide 216 metros cuadrados, se quiere encerrar con una cerca y dividirlo en dos partes iguales mediante otra cerca paralela a uno de los lados, ¿qué dimensión del rectángulo exterior requiere la menor longitud? ¿cuánta cerca se requiere? Resp: 12m 18m; 72metros

6. Un granjero dispone de 200 pies de vallas para delimitar dos corrales adyacentes rectangulares, ¿Qué dimensiones debe elegir para que el área encerrada sea máxima? Resp: x = 25 y = 100/3



7. Una fundidora ha sido contratada para diseñar y construir un tanque rectangular de acero, de base cuadrada, abierta por arriba y con una capacidad de 500 pies cúbicos. El tanque se tiene que hacer soldando placas delgadas de acero a lo largo de sus bordes, como ingeniero de producción su trabajo consiste en determinar las dimensiones de la base y la altura que harán que el tanque pese lo menos posible, ¿qué dimensiones le dirá al taller que use?. Resp 10x10x5 pulg

8. Se desea hacer una caja abierta con una pieza cuadrada de material de 12 pulg de lado, cortando cuadraditos iguales en cada esquina y doblando por las líneas, de puntos, Halle el máximo volumen que puede lograrse con una caja así. Resp: $V = 128 \; cuando \; x = 2$

9. Una página rectangular ha de contener 24 pulgadas cuadradas de texto. Los márgenes superior e inferior tienen 1,5 pulgadas de anchura y los laterales 1 pulgada, ¿qué dimensiones de la página minimizan la cantidad de papel requerido?. Resp 9 pulg 6 pulg ç

10. Se está diseñando un cartel rectangular cuya área de impresión es 50 pulgadas cuadradas, con margen superior e inferior de 4 pulgadas, y márgenes laterales de 2 pulgadas cada uno, ¿Qué dimensiones debe tener el cartel para minimizar la cantidad de papel usado?. Resp: 9 pulgadas por 18 pulgadas

11. Se construirá una caja sin tapa cortando pequeños cuadrados iguales de las esquinas de una lámina de hojalata de 12 por 12 metros y doblando hacia arriba los lados, ¿ qué tan grandes deben ser los cuadrados que se van ha cortar para hacer que la caja tenga la máxima capacidad posible?

12. Torcer un trozo de alambre de longitud dada *l*, de manera que forme un rectángulo cuya área sea la mayor posible.

13. ¿Cuál de los triángulos rectángulos de perímetro dado igual a $2p$, tiene mayor área?

14. Hay que hacer una superficie rectangular cercada por tres de sus lados con tela metálica y lindante por el cuarto con una larga pared de piedra. ¿Qué forma será más conveniente dar a la superficie (para que su área sea mayor), si se dispone en total de *l* metros lineales de tela metálica?

15. ¿Cuál de los cilindros de volumen dado tiene menor superficie total?

16. Inscribir en una esfera dada un cilindro de volumen máximo.

17. Inscribir en una esfera dada un cilindro que tenga la mayor superficie lateral posible.

18. Inscribir en una esfera dada un cono de volumen máximo.

BIBLIOGRAFIA:

- Demidovich.(1988); Problemas y ejercicios de análisis matemático. Editorial Mir. Moscú.
- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 16

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

REGLA DE L´HOPITAL

Determinar el valor de los siguientes límites

1. $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-2x^2-x+2}{x^3-7x+6}$
2. $\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{1-sen\frac{\pi x}{2}}$
3. $\lim_{x\to 0}\frac{xcosx-senx}{x^3}$
4. $\lim_{x\to 0}\frac{chx-1}{1-cosx}$
5. $\lim_{x\to 0}\frac{tgx-senx}{x-senx}$
6. $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{sec^2x-2tgx}{1+cos4x}$
7. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{tgx}{tg5x}$
8. $\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^5}$
9. $\lim_{x\to\infty}\frac{lnx}{\sqrt[3]{x}}$
10. $\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\pi}{x}}{ctg\frac{\pi x}{2}}$
11. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(senmx)}{\ln(senx)}$
12. $\lim_{x\to o}\frac{lnx}{ctgx}$
13. $\lim_{x\to o}\frac{sen^2x}{x}$
14. $\lim_{x\to 0}(1-cosx)ctgx$
15. $\lim_{x\to 1}(1-x)tg\frac{\pi x}{2}$
16. $\lim_{x\to 0}(arcsenx)ctgx$
17. $\lim(_{x\to 1} lnx)ln(x-1)$

18. $\lim_{x\to\infty} xsen\frac{a}{x}$
19. $\lim_{x\to o}\left(\frac{1}{sen^2x}-\frac{1}{x^2}\right)$
20. $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{lnx}\right)$
21. $\lim_{x\to 3}\left(\frac{1}{x-3}-\frac{5}{x^2-x-6}\right)$
22. $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})}-\frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})}\right)$
23. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{x}{ctgx}-\frac{\pi}{2cosx}\right)$
24. $\lim_{x\to o} x^x$
25. $\lim_{x\to+\infty} x^{1/x}$
26. $\lim_{x\to o} x^{3/(4+lnx)}$
27. $\lim_{x\to o} x^{senx}$
28. $\lim_{x\to 1}(1-x)^{cos\frac{\pi x}{2}}$
29. $\lim_{x\to o}(1+x^2)^{1/x}$
30. $\lim_{x\to 1} x^{1/(1-x)}$
31. $\lim_{x\to 1}\left(tg\frac{\pi x}{4}\right)^{tg\frac{\pi x}{2}}$
32. $\lim_{x\to o}(ctgx)^{\frac{1}{lnx}}$
33. $\lim_{x\to o}\left(\frac{1}{x}\right)^{tgx}$
34. $\lim_{x\to o}(ctgx)^{senx}$
35. $\lim_{x\to o}(cos2x)^{\frac{3}{x^2}}$

BIBLIOGRAFIA:

- Demidovich.(1988); Problemas y ejercicios de análisis matemático. Editorial Mir. Moscú.
- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 17

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

POLINOMIO DE TAYLOR Y MACLAURIN

1. Determine los polinomios de Maclaurin o Taylor, (según el caso) de grado según indica cada ejercicio, que se aproxima a la función f , indicada en cada caso:

   a) $f(x) = ln(x-1)$ con $a = 0;\ n = 4$
   b) $f(x) = e^x$ con $a = 1\ ;\ n = 5$
   c) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ con $a = 0;\ n = 3$
   d) $f(x) = sen\,x$ con $a = \frac{\pi}{2}$; n = 5
   e) $f(x) = x^2 \cos x$ centrado en π y de grado 2

BIBLIOGRAFÍA

- Lázaro, M.; (2004) Análisis Matemático I. Cálculo Diferencial, Tercera Edición, Perú

CAPÍTULO III

DERIVADAS PARCIALES

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Al finalizar el presente capítulo el estudiante estará en capacidad de:

1. Interpretar geométricamente la derivada parcial
2. Calcular la derivada de una función multivariable en función de cualquier variable.
3. Derivar una ecuación implícita utilizando derivadas parciales.

CONTENIDO

3. DERIVADAS PARCIALES

3.1. Definición
3.2. Determinación de derivadas parciales
3.3. Derivadas parciales de orden superior
3.4. Derivada parcial implícita
3.5. Diferencial total de una función

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 18

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

DERIVADAS PARCIALES

A) En los ejercicios 1 a 5, calcule las derivadas parciales de primer orden de cada función.

1. $f(x,y) = x^2e^{xy} + y\cos x$
2. $f(x,y) = 1 - arc\cos(x+y) - xy$
3. $f(x,y,z) = sen\,(xy) + sen\,(xz) - sen\,(yz)$
4. $f(x,y) = \frac{(x+y+1)^2}{x^2+y^2+1}$
5. $f(u,v,w) = ue^v - ve^w + we^u$

B) En los problemas 6 a 9, verifique que $z_{xy} = z_{yx}$
6. $z = sen\,(xyz)$
7. $z = e^{3x}cosy - xy$
8. $z = \left(\sqrt{x^3} + \sqrt[5]{y^3}\right)^{10}$
9. $z = \ln(x-y)\,(1 - senx)$

C) Hallar la derivada parcial del orden que se indica en el siguiente caso: $\frac{\partial^3 f}{\partial z\partial y\partial x}(x,y,z)\ si\ f(x,y,z) = xe^{xyz}$

D) Para las siguientes funciones determinar $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$; $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$; $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$

10. $f(x,y) = \sqrt{x^2 - y^2}$
11. *12.* $f(x,y) = \ln(x^2 - y^2)$
12. $g(x,y) = sen\,(x^2y^5) + 4x^2 + 3y^2 + 3$
13. $h(x,y,z) = e^{xy} + e^{xz} + e^{yz}$
14. $(x,y) = e^x\ln(3 - y^2)$
15. $f(x,y) = \frac{(x-y)}{xy}$

16. $h(x, y, z) = xy + yz + zx$

BIBLIOGRAFÍA

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, mayo 2012. Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).
- Larson, R. Cálculo y Geometría Analítica, McGRAW-HILL/ Interamericana Editores, S.A. DE C.V. Sexta Edición, México.

CAPÍTULO IV

DIFERENCIAL DE UNA FUNCIÓN

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Al finalizar el presente capítulo el estudiante estará en capacidad de:

1. Interpretar geométricamente la diferencial de una función
2. Calcular la diferencial de una función.
3. Calcular valores aproximados de expresiones utilizando la diferencial.

4. DIFERENCIAL

4.1. Reglas para diferenciales
4.2. Cálculo de $\Delta y,\ dy$
4.3. Aproximación por diferenciales

APLICA Y PROFUNDIZA TUS CONOCIMIENTOS

DEBER N° 19

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS PARA SER RESUELTOS POR EL ALUMNO

LA DIFERENCIAL

1) Hallar la diferencial dy de cada una de las siguientes funciones definidas por:

a) $y = arcos\,(x-2) + 2x$
b) $y = \sqrt{sen\,(2x) - senx}$
c) $y = \ln(4e^{-2x} + 121)$
d) $y = e^{sen\,x} - \sqrt[3]{\ln x}$
e) $y = \frac{sen\,x}{a} - \frac{\cos x}{b}$
f) $y = (\tan x)^{3x}$
g) $y = x^3 + 4x^2$
h) $y = \frac{x}{a} + \frac{a}{x}$
i) $y = x^x - e^{2x^2}$
j) $y^2 - 3yx + 4x^2 = 5$
k) $y = x\sqrt[3]{x^2 - 1}$
l) $y = (senx)^{ln(arctan\sqrt{x})}$

2) Usando diferenciales determinar un valor aproximado de cada una de las siguientes expresiones:

1. $\sqrt{10}$
2. $\sqrt{119}$
3. $\sqrt[3]{999}$
4. $\sqrt[5]{240}$
5. $\frac{5}{\sqrt{101}}$
6. $\frac{1}{\sqrt[3]{25}}$
7. $sen\,29°$
8. $\cos 59°$
9. $tan\,44°$
10. $sen\,29° - \cos 59°$
11. $\sqrt[4]{63}$
12. $\sec 58°$

BIBLIOGRAFÍA

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, mayo 2012. Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).

Los ejercicios y problemas que constan en la presente guía metodológica fueron consultados en la siguiente bibliografía.

BIBLIOGRAFÍA

- Lara, Jorge.; Arroba, Jorge.; (2012). Análisis Matemático. Sexta edición, mayo 2012. Centro de Matemáticas Universidad Central del Ecuador (Quito Ecuador).
- Larson, R. Cálculo y Geometría Analítica, McGRAW-HILL/ Interamericana Editores, S.A. DE C.V. Sexta Edición, México.
- Lázaro, M.; (2004) Análisis Matemático I. Cálculo Diferencial, Tercera Edición, Perú
- Ayres, F.; (1997), Cálculo Diferencial e Integral, Tercera Edición, McGraw-Hill, México y Diferentes textos de Cálculo en una variable.
- Thomas, G.; (2010). Cálculo en una variable. Decimosegunda edición, Pearson Addison Wesley. México.
- Edwards y Penney (1994). Cálculo con Geometría Analítica. 4ta. Edición. Pearson. Prentice Hall. México.
- Stewart, J (2008), Cálculo de una variable Trascendentes tempranas, Sexta Edición, Cengage Learning
- Gómez, V. Cálculo Diferencial, Aplicaciones teórico-práctico Derivadas. Colección Lomonosov, Editorial, San Marcos. Lima - Perú